

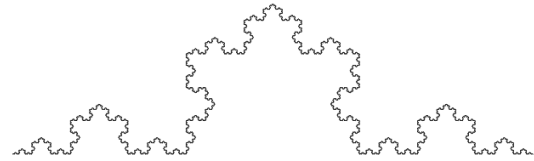
Lehrkraft: Frau Lutz

Leitfach: Mathematik

Rahmenthema: **Mathematik der Unendlichkeit**

Zielsetzung des Seminars:

Die ersten Mathematiker, die sich genauer mit dem Phänomen der Unendlichkeit beschäftigten, mussten ihre Ideen gegen zahlreiche Skeptiker und Gegner verteidigen. Die von Helge von Koch 1904 vorgeschlagene Kochkurve (rechts) wurde von Kollegen als „Monsterkurve“ bezeichnet. Georg Cantor, der sich dem Unendlichkeitsbegriff in der Geometrie widmete, wechselte gar für zehn Jahre sein Fachgebiet, weil seine Ideen zunächst so wenig Anklang fanden.



Kochkurve. Quelle: Fibonacci. [CC BY-SA 3.0
(<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>)]
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Koch_curve.svg

Die anfängliche Gegnerschaft ist durchaus nachvollziehbar. Kann es wirklich sein, dass es genauso viele gerade Zahlen gibt wie natürliche Zahlen insgesamt? Kann es Summen mit unendlich vielen positiven Summanden geben, deren Gesamtwert endlich groß ist? Kann man zu jeder beliebig kleinen positiven Zahl immer noch eine kleinere finden, ohne jemals die Null zu erreichen? Gibt es endlich große Flächen mit einem unendlich großen Umfang? Die Antwort auf alle diese Fragen ist tatsächlich: Ja!

Zur Veranschaulichung der Antwort auf die erste Frage hat der Mathematiker David Hilbert das berühmt-berüchtigte „Hilbert-Hotel“ gewählt: Man stelle sich ein ausgebuchtes Hotel mit unendlich vielen durchnummerierten Zimmern vor. Schickt man nun jeden Hotelgast in das Zimmer mit der Zimmernummer, die genau doppelt so groß ist wie die bisherige, befinden sich plötzlich alle Gäste in den geradzahligen Zimmernummern. Und das, obwohl es unendlich viele sind und keiner das Hotel verlassen hat. Es gibt also genauso viele gerade Zahlen wie es natürliche Zahlen gibt!

Ziel des Seminars ist es, solche und weitere Fragestellungen rund um den Unendlichkeitsbegriff der Mathematik näher zu untersuchen und eine Vorstellung davon zu entwickeln. Die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler lernen verschiedene grundlegende mathematische Verfahren kennen, die mit Unendlichkeit in Zusammenhang stehen. In den Seminararbeiten werden sie sich exemplarisch mit Rechen- und Darstellungsverfahren auseinandersetzen, die in der einen oder anderen Form das Thema Unendlichkeit berühren. Je nach Thema und Interessensgebiet ist im Rahmen der Arbeit auch eine praktische Umsetzung denkbar, z.B. die Durchführung einer Simulation oder die Programmierung einer Anwendung.

Mögliche Themen für die Seminararbeiten:

1. Verschiedene „Unendlichkeiten“ in der Mathematik im Vergleich
2. Fraktale
3. Näherungsverfahren für irrationale Zahlen
4. Näherungsverfahren für Flächen- und Volumenberechnung an unregelmäßigen Körpern
5. Folgen und Reihen – Summen mit unendlich vielen Summanden
6. Das unendlich Kleine und Große in der Physik
7. Grenzwerte in der Wahrscheinlichkeitsrechnung
8. Unendlichkeit und Endlichkeit in Differential- und Integralrechnung
9. Taylorentwicklung: Funktionen als Summe unendlich vieler Polynomfunktionen
10. Fourierentwicklung: Funktionen als Summe unendlich vieler trigonometrischer Funktionen