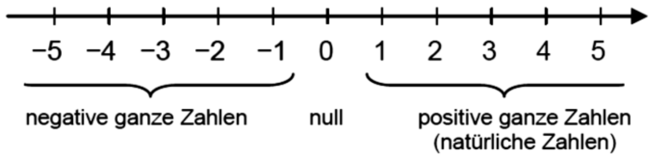
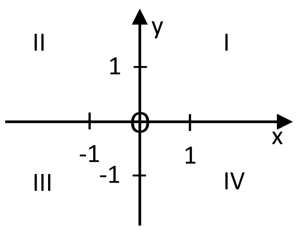
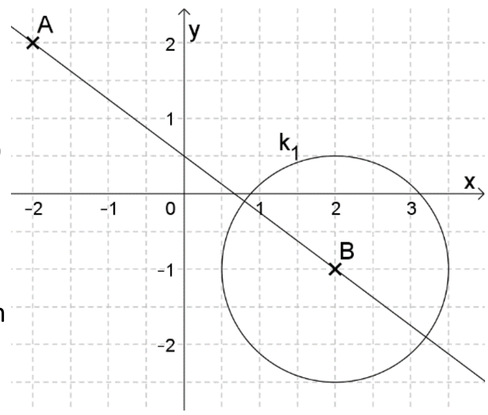
<table>
<tr><th>Grundwissen</th><th>Beispiele</th></tr>
<tr><td colspan="2">M5 1.1 Natürliche Zahlen und ihre Erweiterung zu den ganzen Zahlen</td></tr>
<tr><td>a) Wichtige Symbole
$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; \ldots\}$ „Menge der natürlichen Zahlen“
$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$
$\mathbb{Z} = \{\ldots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$ „Menge der ganzen Zahlen“
$\in$ „ist Element von“ $\notin$ „ist nicht Element von“
$|-3|$ „Betrag von -3“
$>$ „ist größer als“ $<$ „ist kleiner als“</td><td>$5 \in \mathbb{N}$ „5 ist Element der natürlichen Zahlen“
$0 \notin \mathbb{N}$ „0 ist nicht Element der natürlichen Zahlen“
$0 \in \mathbb{N}_0$ $-5 \notin \mathbb{N}$ $-5 \in \mathbb{Z}$

$|-3| = 3$ $-5 < -3$ $|-5| > |-3|$

$|x| < 3 \rightarrow x \in \{-2;-1;0;1;2\}$</td></tr>
<tr><td>b) Ganze Zahlen an der Zahlengerade


Von zwei Zahlen ist diejenige größer, die auf der Zahlengerade weiter rechts liegt.
Eine Zahl und ihre Gegenzahl haben denselben Betrag (Abstand zur Null).</td><td>$-200 < -199$
-199 liegt auf der Zahlengerade rechts von -200

$-200 > -201$
-200 liegt auf der Zahlengerade rechts von -201

-4 ist die Gegenzahl von 4 (und umgekehrt), denn $|-4| = |4| = 4$</td></tr>
<tr><td>c) Runden von Zahlen
Bei den Ziffern 0,1,2,3,4 rundet man ab,
bei den Ziffern 5,6,7,8,9 rundet man auf.</td><td>23450 [H] ≈ 23500
23450 [T] ≈ 23000
23450 [ZT] ≈ 20000</td></tr>
<tr><td colspan="2">M5 1.2 Addition und Subtraktion ganzer Zahlen</td></tr>
<tr><td>a) Addition und ihre Rechengesetze
$\underbrace{\text{1. Summand + 2. Summand + …}}_{\text{Summe}} = \text{Wert der Summe}$
Kommutativgesetz: a + b = b + a
Assoziativgesetz: a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)</td><td>$303 + 482 + 97 =$
$= 482 + 303 + 97 =$
$\overset{KG}{=} 482 + 400 =$
$\overset{AG}{=} 882$</td></tr>
<tr><td>b) Subtraktion
$\underbrace{\text{Minuend – Subtrahend}}_{\text{Differenz}} = \text{Wert der Differenz}$
Jede Differenz kann als Summe aufgefasst werden.</td><td>Differenz: 12 – 28 = -16
Summe: 12 + (-28) = -16</td></tr>
<tr><td>c) Gleichungen mit Variablen
Lösungsstrategien für Gleichungen:
Vereinfachungen, systematisches Probieren, Lösung der Umkehraufgabe</td><td>$x + 5 = -8 \Rightarrow x = -13$
$7 - x = -8 \Rightarrow x = 15$
$x + (-4) = 0 \Rightarrow x = 4$
$2 \cdot x - 5 = -13 \Rightarrow x = -4$</td></tr>
<tr><td colspan="2">M5 2 Geometrische Figuren und Lagebeziehungen</td></tr>
<tr><td>a) Objekte im Koordinatensystem
Punkt A(x|y) x: x-Koordinate, y: y-Koordinate von A
Strecke $\overline{AB}$, Länge der Strecke $\overline{AB}$: $|\overline{AB}|$
Gerade AB Halbgerade (Strahl) $[AB$
Kreis k(M;r) M: Mittelpunkt, r: Radius von k
Koordinatensystem:
x-Achse
y-Achse
Ursprung O(0|0)
Quadranten: I, II, III, IV

</td><td>A(-2|2)
B(2|-1)
$|\overline{AB}|$ = 5cm
k_1=k(B;1,5cm)
A liegt im II., B liegt im IV. Quadranten
AB verläuft im I., II. und IV. Quadranten

</td></tr>
</table>

b) Lagebeziehungen

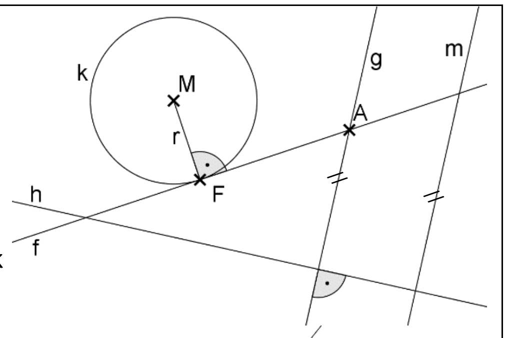
Zwei Geraden g und h können
*sich in einem Punkt schneiden,
*parallel zueinander sein (Schreibweise: g ∥ h) ,
*oder aufeinander liegen.

Wenn zwei sich schneidende Geraden einen rechten Winkel bilden, sagt man: die Geraden stehen senkrecht aufeinander (Schreibweise: g ⊥ h).

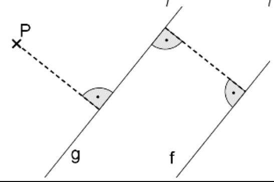
Eine Gerade, die einen Kreis in nur einem Punkt berührt, nennt man Tangente an den Kreis. Die Tangente steht im Berührpunkt senkrecht auf dem Radius.

Abstände werden senkrecht gemessen.

g ∥ m
g ⊥ h
m ⊥ h
f schneidet g im Punkt A
f ist Tangente an den Kreis k im Berührpunkt F

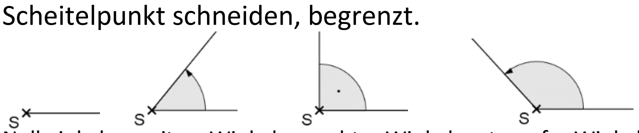


Abstandsmessung (gestrichelt):
Punkt P – Gerade g
Gerade g – Gerade f

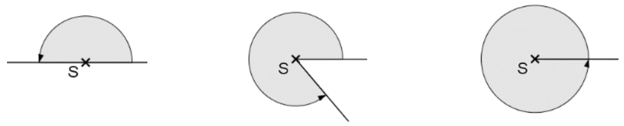


c) Winkel

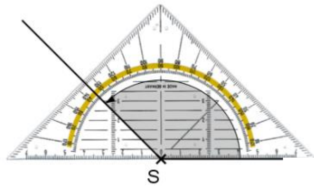
Ein Winkel wird von zwei Schenkeln, die sich im Scheitelpunkt schneiden, begrenzt.



Nullwinkel $\alpha = 0°$ | spitzer Winkel $0° < \alpha < 90°$ | rechter Winkel $\alpha = 90°$ | stumpfer Winkel $90° < \alpha < 180°$

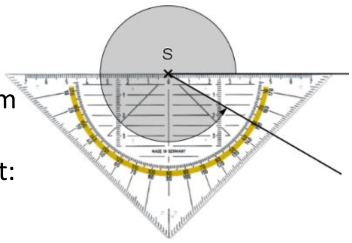


gestreckter Winkel $\alpha = 180°$ | überstumpfer Winkel $180° < \alpha < 360°$ | Vollwinkel $\alpha = 360°$

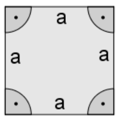


Winkel bis 180° lassen sich direkt mit dem Geodreieck messen und zeichnen:
$\alpha = 135°$

Winkel über 180° misst und zeichnet man, indem man ihre Ergänzung zu 360° misst bzw. zeichnet:
$\alpha = 330°$, denn zum Vollwinkel fehlen 30°.

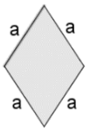


d) Besondere Vierecke



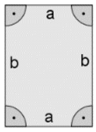
Quadrat
4 rechte Winkel
4 Seiten gleich lang

Jedes Quadrat ist auch eine Raute, ein Rechteck, ein Parallelogramm, ein Trapez und ein Drachenviereck.



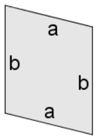
Raute
4 Seiten gleich lang

Jede Raute ist auch ein Parallelogramm, ein Trapez und ein Drachenviereck.



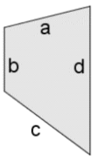
Rechteck
4 rechte Winkel

Jedes Rechteck ist auch ein Parallelogramm und ein Trapez.

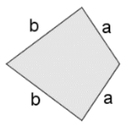


Parallelogramm
gegenüberliegende Seiten parallel

Jedes Parallelogramm ist auch ein Trapez.



Trapez
ein Paar paralleler Seiten: b∥d



Drachenviereck
2 Paare gleich langer, benachbarter Seiten

M5 3 Natürliche und ganze Zahlen – Multiplikation und Division

a) Multiplikation und ihre Rechengesetze

$$\underbrace{\text{1. Faktor} \cdot \text{2. Faktor} \cdot \ldots}_{\text{Produkt}} = \text{Wert des Produkts}$$

Kommutativgesetz: $a \cdot b = b \cdot a$

Assoziativgesetz: $a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$$19 \cdot 3 \cdot 19 =$$
$$\overset{KG}{=} 3 \cdot 19 \cdot 19 =$$
$$\overset{AG}{=} 3 \cdot 361 =$$
$$= 1083$$

b) Division

$$\underbrace{\text{Dividend} : \text{Divisor}}_{\text{Quotient}} = \text{Wert des Quotienten}$$

Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

$14 \cdot (-12) = -168$

Umkehraufgabe: $(-168) : (-12) = 14$

c) Vorzeichentabellen

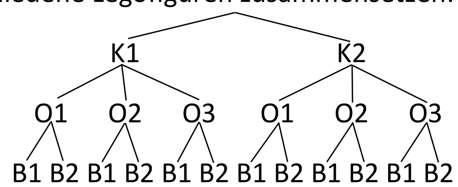
Multiplikation:

·	+	-
+	+	-
-	-	+

Division:

:	+	-
+	+	-
-	-	+

$144 : 16 = 9$
$(-144) : 16 = -9$
$144 : (-16) = -9$
$(-144) : (-16) = 9$

d) Teilbarkeit und Primfaktoren *Primzahlen sind natürliche Zahlen, die genau zwei Teiler haben *Jede natürliche Zahl kann eindeutig in ihre Primfaktoren zerlegt werden	Primzahlen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, … Teilermenge der Zahl 12: $T_{12} = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$ Primfaktorzerlegung der Zahl 24: $24 = 4 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$
e) Zählprinzip Mit Baumdiagrammen kann man Anordnungs- oder Auswahlmöglichkeiten anschaulich darstellen. Nützliches Rechenzeichen: „!“ (Fakultät) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$	Zahlenschloss mit 3 Ziffern von 1 bis 6: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ Möglichkeiten 4 Freunde auf vier Kinosesseln: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$ Möglichkeiten Aus 2 Köpfen (K1, K2), 3 Oberkörpern (O1, O2, O3) und 2 Beinen (B1, B2) lassen sich $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ verschiedene Legofiguren zusammensetzen: 
f) Potenzen $\underbrace{\text{Basis}^{\text{Exponent}}}_{\text{Potenz}} = \text{Wert der Potenz}$	$2^8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 256$ $230.000.000 = 23 \cdot 10^7$ $(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$
g) Wichtigstes Gesetz der 5. Klasse Beim Vereinfachen von Termen gilt: **„Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich“**	$23 - 4 \cdot (25 - 9)^2 =$ $= 23 - 4 \cdot 16^2 =$ $= 23 - 4 \cdot 256 =$ $= 23 - 1024 =$ $= -1001$
h) Distributivgesetz Für alle ganzen Zahlen a, b, c gilt: $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$ $(a \pm b) : c = a : c \pm b : c \quad (c \neq 0)$	$17 \cdot 12 - 7 \cdot 12 = (17 - 7) \cdot 12 = 10 \cdot 12 = 120$ $102 \cdot 23 = 100 \cdot 23 + 2 \cdot 23 = 2300 + 46 = 2364$
M5 4.1 Geld, Länge, Masse und Zeit	
a) Wichtige Umrechnungsfaktoren Geld: $ct \overset{100}{\longleftrightarrow} €$ Zeit: $s \overset{60}{\leftrightarrow} min \overset{60}{\leftrightarrow} h$ Länge: $mm \overset{10}{\leftrightarrow} cm \overset{10}{\leftrightarrow} dm \overset{10}{\leftrightarrow} m \overset{1000}{\longleftrightarrow} km$ Masse: $mg \overset{1000}{\longleftrightarrow} g \overset{1000}{\longleftrightarrow} kg \overset{1000}{\longleftrightarrow} t$	123 ct = 1,23 € = 1 € 23ct 2800 s = 46 min 40 s 1 h 20 min = 3600 s + 1200 s = 4800 s 5.000.000 mm = 5.000 m = 5 km 234 mm = 2 dm 3 cm 4 mm = 0,234 m = 0,000234 km 2,4 t = 2 t 400 kg = 2.400 kg = 2.400.000 g $8 \cdot 10^{10}$ mg = 80.000.000.000 mg = 80 t
b) Schlussrechnung und Maßstab Häufig kann man Zusammenhänge zwischen zwei Größen mit einem **Dreisatz** berechnen. Der **Maßstab** 1 : 100 gibt an, dass z.B. 1 cm auf der Karte 100 cm in Wirklichkeit entsprechen. 1 : 10.000 — Verkleinerung 40 : 1 — Vergrößerung	:5 5 Stück Kuchen ≙ 10,50 € :5 ·3 1 Stück Kuchen ≙ 2,10 € ·3 3 Stück Kuchen ≙ 6,30 € Kartenangabe: 3 cm ≙ 150 m ⇒ 1 cm ≙ 50 m = 5000 cm ⇒ Maßstab 1 : 5000
M5 4.2 Flächeninhalt	
Umrechnungsfaktoren für Flächeneinheiten: $mm^2 \overset{100}{\longleftrightarrow} cm^2 \overset{100}{\longleftrightarrow} dm^2 \overset{100}{\longleftrightarrow} m^2 \overset{100}{\longleftrightarrow} a \overset{100}{\longleftrightarrow} ha \overset{100}{\longleftrightarrow} km^2$ Wichtige Flächenformeln: Rechteck (Seitenlängen l, b): $A_{Rechteck} = l \cdot b$ Quadrat (Seitenlänge s): $A_{Quadrat} = s \cdot s = s^2$ Oberfläche eines Quaders (Seitenlängen l, b, h) $O_{Quader} = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$	Fläche eines Quadrats mit Seitenlänge 30 cm: $A = 30\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} = 900\text{ cm}^2 = 9\text{ dm}^2$ Oberfläche eines Quaders mit den Seitenlängen 1m; 1,5m und 3m: $O = 2 \cdot 1m \cdot 1{,}5m + 2 \cdot 1m \cdot 3m + 2 \cdot 1{,}5m \cdot 3m =$ $= 3\text{ m}^2 + 6\text{ m}^2 + 9\text{ m}^2 = 18\text{ m}^2 = 0{,}18\text{ a}$