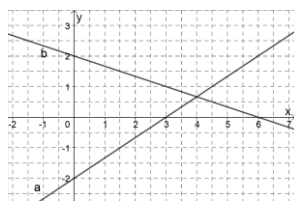
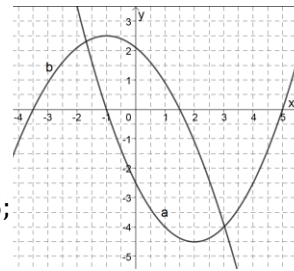
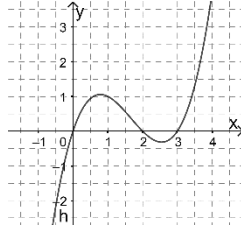




Aufgaben	Lösungen
Terme und gebrochen rationale Funktionen	
<p>A1: Multipliziere aus und vereinfache</p> <p>a) $-x(x^3 - 4x + 2) - 4(-x)^2 + 5x$ b) $(2 - x)(x + 3) - 5(1 - x)$ c) $(x^2 - 1)^2 - 2(1 - x^2)$</p> <p>A2: Vereinfache folgende Funktionsterme</p> <p>a) $f(x) = \frac{5x-15}{x^2-9}$ b) $g(x) = \frac{x-x^2}{x^2-1}$ c) $h(x) = \frac{\sin(x)}{\tan(x)}$ d) $i(x) = \frac{x^2-4x+4}{3x-6}$ e*) $j(x) = \frac{x^2-x-6}{3x^2-12}$</p> <p>A3: Gib jeweils den Definitionsbereich der Funktionen aus A2 vor bzw. nach der Vereinfachung an.</p>	<p>A1:</p> <p>a) $-x^4 + 3x$ b) $-x^2 + 4x + 1$ c) $x^4 - 1$</p> <p>A2: Der Definitionsbereich ändert sich dabei !!</p> <p>a) $f(x) = \frac{5}{x+3}$ b) $g(x) = \frac{-x}{x+1}$ c) $h(x) = \cos(x)$ d) $i(x) = \frac{x-2}{3}$ e*) $j(x) = \frac{x-3}{3(x-2)}$ (Zähler: quadr. Ergänzung)</p> <p>A3:</p> <p>a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ bzw. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ bzw. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ c) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{k \cdot \pi/2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ bzw. $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ d) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ bzw. $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ e) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ bzw. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$</p>
Lösen von Gleichungen	
<p>A1: Lineare Gleichungen</p> <p>a) $5 - 3x = 3 - 5x$ b) $(2 + x)(x - 5) = (1 - x)^2$ c) $(x - 1)^2 - 3(1 - x^2) = (-2x)^2$</p> <p>A2: Quadratische Gleichungen</p> <p>a) $1 - 3x = 3 - 5x^2$ b) $(2 + x)(2x - 5) = (1 - x)^2$ c) $(x - 1)^2 - 2(1 - x^2) = 0$ d) $x^4 - 3x^2 = -2$ (Substitution!)</p> <p>A3: Bruchgleichungen</p> <p>a) $\frac{2}{x-1} = \frac{3}{x+1}$ b) $\frac{x-1}{2} = \frac{3}{x+1}$ c) $\frac{x-1}{2} = \frac{3}{x+1} - 1$</p> <p>A4: allgemeine Gleichungen</p> <p>a) $\sin(x) = 0,5$; $x \in [-\pi; \pi]$ b) $\lg(2x) = 2$ c) $\sin(x) = \sqrt{3} \cos(x)$; $x \in [-\pi; \pi]$</p> <p>A5: Gleichungssysteme (alle 3 Verfahren üben!)</p> <p>a) (I) $3x - 4y = 11$ (II) $-y + 2x = 4$ b) (I) $-\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 0$ (II) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = -5$ c) (I) $x - 4y + z = 12$ (II) $-y + 2x - z = 1$ (III) $z - y = 5$</p>	<p>A1: Lineare Gleichungen</p> <p>a) $x = -1$ b) $x = -11$ c) $x = -1$</p> <p>A2: Quadratische Gleichungen</p> <p>a) $x_1 = 1$; $x_2 = -0,4$ b) $x_1 = \frac{-1+3\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{-1-3\sqrt{5}}{2}$ c) $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{1}{3}$ d) $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = \sqrt{2}$; $x_4 = -\sqrt{2}$</p> <p>A3: Bruchgleichungen</p> <p>a) $x = 5$ b) $x_1 = \sqrt{7}$; $x_2 = -\sqrt{7}$ c) $x_1 = -1 + \sqrt{6}$; $x_2 = -1 - \sqrt{6}$</p> <p>A4: allgemeine Gleichungen</p> <p>a) $x_1 = \pi/6$; $x_2 = 5\pi/6$ b) $x = 50$ c) $x_1 = \pi/3$; $x_2 = -2\pi/3$</p> <p>A5: Gleichungssysteme</p> <p>a) $x = 1$; $y = -2$ b) $x = -6$; $y = -8$ c) $x = 1$; $y = -2$; $z = 3$</p>



Rechnen mit Potenzen	
<p>A1: Berechne und vereinfache. ($a, b, x \in \mathbb{R}^+$)</p> <p>a) $(2x)^3 - (3x^2 - 1)(x + 4)$</p> <p>b) $(x - 2)^3 - \sqrt[3]{64x^3} + \sqrt{4x^4}$</p> <p>c) $2ab^{-2} : \sqrt{9a^6\sqrt{b^4}} \cdot (2a^{-1}b^2)^{-1}$</p>	<p>A1: Berechne und vereinfache.</p> <p>a) $5x^3 - 12x^2 + x + 4$</p> <p>b) $x^3 - 8$</p> <p>c) $\frac{1}{3ab^5}$</p>
Rechnen mit Logarithmen	
<p>A1: Berechne und vereinfache. ($x \in \mathbb{R}^+$)</p> <p>$\lg(9x) - \lg(x^2) + \lg\left(\frac{x}{0,9}\right)$</p> <p>A2: Löse die Gleichung. ($x \in \mathbb{R}^+$)</p> <p>a) $\lg(x + 1) - \lg(x^2 - 1) = -1$</p> <p>b) $\log_3(36x) + \log_3(0,5x) = 2 + \log_3 2$</p> <p>c) $7^{2x-1} = 5^x$</p>	<p>A1: Berechne und vereinfache.</p> <p>$1 (= \lg(10))$</p> <p>A2: Löse die Gleichung.</p> <p>a) $x = 11$</p> <p>b) $x_1 = 1, (\text{nicht } x_2 = -1)$</p> <p>c) $x = \frac{\lg 7}{2 \lg 7 - \lg 5} \approx 0,85$</p> <p>Oder: $x = \frac{1}{2 - \log_7 5} \approx 0,85$</p>
Funktionen	
<p>Diskutiere folgende Funktionen hinsichtlich Definitionsmenge(-lücken), Wertemenge, Nullstellen, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. Zeichne den Funktionsgraphen.</p> <p>A1: Lineare Funktionen</p> <p>a) $y = \frac{2}{3}x - 2$ (explizite Form)</p> <p>b) $2y + \frac{2}{3}x - 4 = 0$ (implizite Form)</p> <p>A2: Quadratische Funktionen</p> <p>a) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2,5$ (Normalform)</p> <p>b) $y = -\frac{2}{5}(x + 1)^2 + 2,5$ (Scheitelform)</p> <p>A3: Ganzrationale Funktionen (Grad ≥ 3) Faktorisiere zusätzlich den Funktionsterm und erstelle eine Vorzeichen-tabelle. Skizziere nur a)</p> <p>a) $y = 0,5x^3 - 2,5x^2 + 3x$</p> <p>b) $y = x^4 - 4x^2 - 45$ (Substitution!)</p> <p>c) $y = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 2x$ (Poldi)</p>	<p>Falls nicht angegeben, gilt: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ und $\mathbb{W} = \mathbb{R}$.</p> <p>A1: Lineare Funktionen</p> <p>a) NST: $x = 3$; $S_y(0 -2)$</p> <p>b) NST: $x = 6$; $S_y(0 2)$</p>  <p>A2: Quadratische Funktionen</p> <p>a) $\mathbb{W} = [-4,5; \infty[$; NST: $x_1 = -1, x_2 = 5$; $S_y(0 -2,5)$</p> <p>b) $\mathbb{W} = [-\infty; 2,5[$; NST: $x_1 = -3,5, x_2 = 1,5$; $S_y(0 -2,1)$</p>  <p>A3: Ganzrationale Funktionen</p> <p>a) NST: $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = 3$ $y = 0,5x(x - 2)(x - 3)$</p> <p>b) NST: $x_1 = 3, x_2 = -3$ $y = (x - 3)(x + 3)(x^2 + 5)$</p> <p>c) NST: $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0$ $y = x(x - 1)^2(x^2 + 2)$</p> 



A4: Gebrochen rationale Funktionen

a) $f(x) = \frac{3}{x+1} - 1$
 b) $g(x) = -\frac{2}{5} \frac{x}{x^2-9}$

A5: Trigonometrische Funktionen:

Beschreibe jeweils, wie die Funktionen durch Verschiebungen und Streckungen aus der allgemeinen Sinus- bzw. Kosinusfunktion hervorgehen und zeichne den Funktionsgraphen.

a) $f(x) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 0,5 \quad x \in [-\pi; \pi]$
 b) $g(x) = -\cos(2x + \pi) + 1 \quad x \in [-\pi; \pi]$

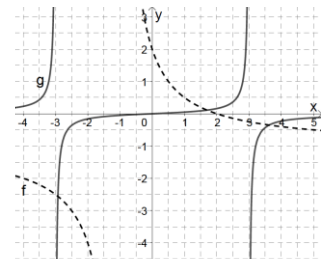
A6: Exponentialfunktionen:

In einer Zellkultur beobachtet man pro 12 Minuten eine Zunahme von 4,5%.

- Beschreibe die Anzahl $A(t)$ durch eine passende Exponentialfunktion.
- Berechne die Zeit, in der sich die Anzahl der Zellen verdoppelt.
- Zeichne den Funktionsgraphen für einen Startwert von 1000 Zellen.

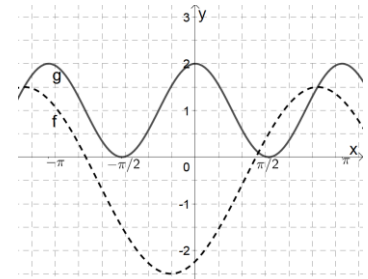
A4: Gebrochen rationale Funktionen

a) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\};$
 $\mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{-1\};$
 NST: $x=2; S_y(0|2)$
 b) $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\};$
 NST: $x=0; S_y(0|0)$



A5: Trigonometrische Funktionen

a) $\mathbb{W} = [-2,5; 1,5]$
 Verschiebung um $\frac{\pi}{3}$ nach rechts. Verdopplung der y-Werte und anschließend Verschiebung um 0,5 nach unten. (NST hier zu schwer!)
 b) $\mathbb{W} = [0; 2];$
 NST:
 $x_1 = -\pi/2,$
 $x_2 = \pi/2;$
 $S_y(0|2)$



Verschiebung um π nach links und anschließend Halbierung aller x-Werte (-> Stauchung in x-Richtung). Spiegelung des Graphen an der x-Achse und anschließend Verschiebung um 1 nach oben.

A6: Exponentialfunktionen

a) $A(t) = A_0 \cdot 1,045^{\frac{t}{12 \text{ min}}}$
 b) 193,2 Minuten

