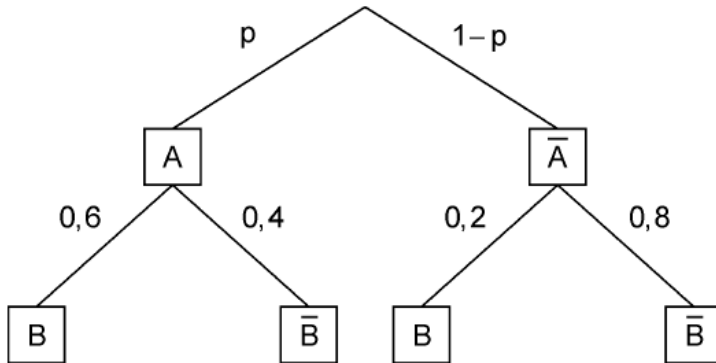


## Aufgaben zur Wiederholung des Grundwissens zu Beginn von Q11

### Stochastik

1. Das abgebildete Baumdiagramm stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  dar.

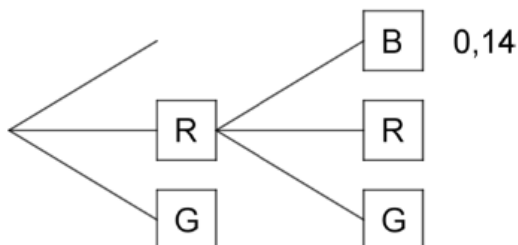


Bestimme den Wert von  $p$  so, dass das Ereignis B bei diesem Zufallsexperiment mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 eintritt.

2. Für ein Spiel wird ein Glücksrad verwendet, das drei farbige Sektoren hat. Der Tabelle können die Farben der Sektoren und die Größen der zugehörigen Mittelpunktswinkel entnommen werden.

Farbe	Blau	Rot	Grün
Mittelpunktswinkel	180°	120°	60°

- a) Das Glücksrad wird dreimal gedreht. Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit für dreimal die gleiche Farbe  $\frac{1}{6}$  ist. Begründe rechnerisch, dass die Wahrscheinlichkeit für drei unterschiedliche Farben ebenfalls  $\frac{1}{6}$  ist.
- b) Die Größen der Sektoren werden geändert. Dabei werden der grüne und der rote Sektor verkleinert, wobei der Mittelpunktswinkel des roten Sektors wieder doppelt so groß wie der des grünen Sektors ist. Die Abbildung zeigt einen Teil eines Baumdiagramms, das für das geänderte Glücksrad die beiden ersten Drehungen beschreibt. Ergänzend ist für einen Pfad die zugehörige Wahrscheinlichkeit angegeben.



Bestimme die Größe des zum grünen Sektor gehörenden Mittelpunktswinkels.

3. Ein Glücksrad hat drei Sektoren, einen blauen, einen gelben und einen roten. Diese sind unterschiedlich groß. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim einmaligen Drehen der blaue Sektor getroffen wird, beträgt  $p$ .
- Interpretiere den Term  $(1 - p)^7$  im Sachzusammenhang.
  - Das Glücksrad wird dreimal gedreht. Gib einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden kann, dass der blaue Sektor genau einmal getroffen wird.
  - Das Glücksrad wird viermal gedreht und die Abfolge der Farben als Ergebnis notiert. Bestimme die Anzahl der möglichen Ergebnisse, in denen die Farbe Blau nicht vorkommt.
4. Schwarze und weiße Kugeln sind wie folgt auf drei Urnen verteilt:



Aus Urne A wird zunächst eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt. Anschließend wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne C gelegt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich danach in Urne C zwei weiße Kugeln und eine schwarze Kugel befinden.

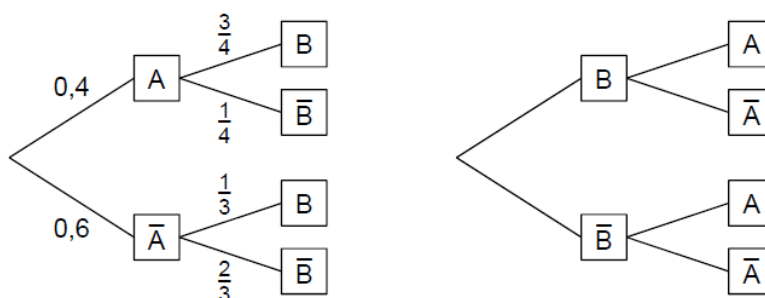
5. Ein Großhändler bietet Samenkörner für Salatgurken in zwei Qualitätsstufen an. Ein Samenkorn der höheren Qualität A keimt mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%, eines der Qualität B mit einer Wahrscheinlichkeit von 70%. Ein Anbaubetrieb kauft Samenkörner beider Qualitätsstufen, 65% aller gekauften Samenkörner sind von der Qualität A.

In einem Gedankenexperiment werden die eingekauften Samenkörner zusammengeschüttet und gemischt. Bestimme mithilfe eines beschrifteten Baumdiagramms

- die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Samenkorn keimt;
- die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes Samenkorn, das nach der Saat keimt, von der Qualität B ist.

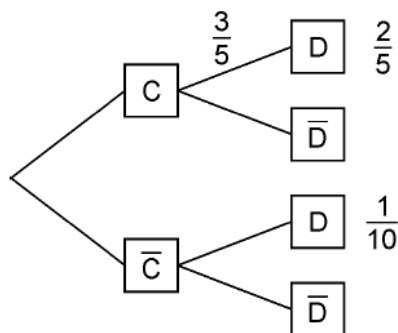
6. Die beiden Baumdiagramme gehören zum selben Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B.

Berechne die Wahrscheinlichkeit  $P(B)$  und ergänze anschließend an allen Ästen des rechten Baumdiagramms die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.



(Teilergebnis:  $P(B) = 0,5$ )

7. Bei einem Zufallsexperiment wird eine ideale Münze so lange geworfen, bis zum zweiten Mal Zahl (Z) oder zum zweiten Mal Wappen (W) oben liegt.  
Als Ergebnismenge wird festgelegt:  $\{ZZ; WW; ZWZ; ZWW; WZZ; WZW\}$ .
- Begründe, dass dieses Zufallsexperiment kein Laplace-Experiment ist.
  - Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal Wappen kommt.
8. Nach einem Bericht zur Allergieforschung aus dem Jahr 2008 litt damals in Deutschland jeder vierte bis fünfte Einwohner an einer Allergie. 41 % aller Allergiker reagierten allergisch auf Tierhaare.  
Kann aus diesen Aussagen gefolgert werden, dass 2008 mindestens 10 % der Einwohner Deutschlands auf Tierhaare allergisch reagierten?  
Begründe deine Antwort.
9. In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:  
Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt; Danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.
- Gib alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.
  - Betrachtet wird das Ereignis E: „Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.“ Untersuche, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.
10. Das Baumdiagramm gehört zu einem Zufallsexperiment mit den Ereignissen C und D.



- Berechne  $P(\bar{D})$ !
  - Weise nach, dass  $P(C \cap D) \neq P(C) \cdot P(D)$  ist.
  - Von den im Baumdiagramm angegebenen Zahlenwerten soll nur der Wert  $\frac{1}{10}$  so geändert werden, dass die Gleichung in b) gilt.  
Bestimme den geänderten Wert.
11. Im Rahmen der sogenannten JIM-Studie wurde in Deutschland im Jahr 2012 der Umgang von Jugendlichen im Alter von 12 bis 19 Jahren mit Information und Medien untersucht. In der folgenden Tabelle werden ausgewählte Ergebnisse dieser Studie anhand einer repräsentativen Auswahl von 200 Jugendlichen wiedergegeben, von denen 102 Jungen sind. Dabei werden für vier Geräteklassen jeweils die Anzahl der Mädchen und die Anzahl der Jungen unter den 200 ausgewählten Jugendlichen angegeben, die ein entsprechendes Gerät besitzen.

	Mädchen	Jungen
Smartphone	42	52
Computer	77	87
Fernsehgerät	54	65
feste Spielkonsole	37	62

- a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus den 200 Jugendlichen zufällig ausgewählte Person weiblich ist und kein Fernsehgerät besitzt.
- b) Aus den 200 Jugendlichen wird eine Person zufällig ausgewählt, die ein Fernsehgerät besitzt. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person weiblich ist.

12. Bei 0,074 % der neugeborenen Kinder liegt eine bestimmte Stoffwechselstörung vor. Wird diese Störung frühzeitig erkannt, lässt sich durch eine geeignete Behandlung eine spätere Erkrankung vermeiden. Zur Früherkennung kann zunächst ein einfacher Test durchgeführt werden. Zeigt das Ergebnis des Tests die Stoffwechselstörung an, so bezeichnet man es als positiv. Liegt bei einem neugeborenen Kind die Stoffwechselstörung vor, so ist das Testergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,5% positiv. Liegt bei einem neugeborenen Kind die Stoffwechselstörung nicht vor, so beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Testergebnis irrtümlich positiv ist, 0,78 %.

Bei einem zufällig ausgewählten neugeborenen Kind wird der Test durchgeführt.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

S: „Die Stoffwechselstörung liegt vor.“

T: „Das Testergebnis ist positiv.“

Berechne die Wahrscheinlichkeiten  $P(T)$  und  $P_T(S)$ . Interpretiere das Ergebnis für  $P_T(S)$  im Sachzusammenhang.

(zur Kontrolle:  $P(T) = 0,85\%$ ,  $P_T(S) < 0,1$ )

13. In einer Großstadt steht die Wahl des Oberbürgermeisters bevor. 12 % der Wahlberechtigten sind Jungwähler, d. h. Personen im Alter von 18 bis 24 Jahren. Vor Beginn des Wahlkampfes wird eine repräsentative Umfrage unter den Wahlberechtigten durchgeführt. Der Umfrage zufolge haben sich 44 % der befragten Wahlberechtigten bereits für einen Kandidaten entschieden. Jeder Siebte derjenigen Befragten, die sich noch nicht für einen Kandidaten entschieden haben, ist Jungwähler.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

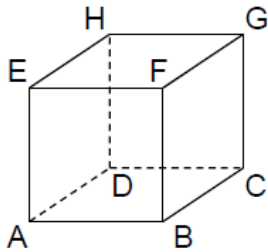
J: „Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person ist Jungwähler.“

K: „Eine aus den Befragten zufällig ausgewählte Person hat sich bereits für einen Kandidaten entschieden.“

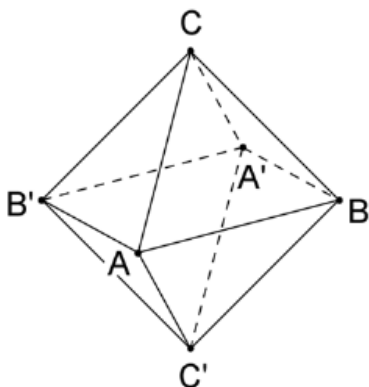
- a) Erstelle zu dem beschriebenen Sachzusammenhang eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.
- b) Zeige, dass  $P_J(\bar{K}) > P_{\bar{J}}(\bar{K})$  gilt.
- c) Begründe, dass es trotz der Gültigkeit dieser Ungleichung nicht sinnvoll ist, sich im Wahlkampf vorwiegend auf die Jungwähler zu konzentrieren.

## Geometrie

- Ein geschlossenes Zelt, das auf horizontalem Untergrund steht, hat die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die von der Zeltspitze ausgehenden Seitenkanten werden durch vier gleich lange Stangen gebildet. Das Zelt ist 6m hoch, die Seitenlänge des Zeltbodens beträgt 5m.
  - Berechne das „Wohn-Volumen“ des Zelts.
  - Bestimme die Fläche der Zeltplane, wenn der Boden nicht mit Plane bedeckt ist.
- Betrachtet wird der abgebildete Würfel ABCDEFGH mit der Kantenlänge 2cm.

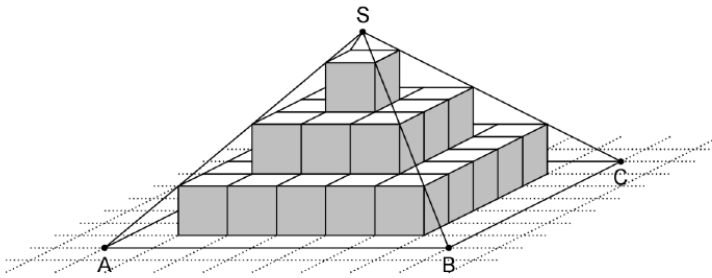


- Berechne die Länge der Raumdiagonalen [BH].
  - Bestimme die Größen folgender Winkel:
    - $\angle DAC$
    - $\angle HBD$
- Gegeben ist der Körper  $ABA'B'C'C'$ . Er ist ein sogenanntes Oktaeder. Er besteht aus zwei Pyramiden mit dem Quadrat  $ABA'B'$  als gemeinsamer Grundfläche und den Pyramidenspitzen C bzw.  $C'$ .

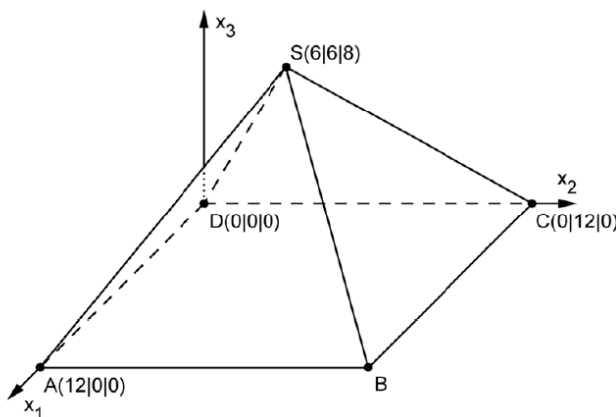


- Berechne die Höhen der jeweiligen Pyramiden, wenn das Volumen des Oktaeders 36 VE besitzt. Ferner ist bekannt, dass das Viereck  $ABA'B'$  ein Quadrat mit der Seitenlänge  $3\sqrt{2}$  ist.
- Bestimme die Größe des Winkels zwischen den Seitenflächen  $ABC$  und  $AC'B$ .
- Alle Eckpunkte des Oktaeders liegen auf einer Kugel. Bestimme den Radius dieser Kugel und berechne den Anteil des Oktaedervolumens am Kugelvolumen.

4. Die Abbildung zeigt die Pyramide ABCDS mit quadratischer Grundfläche ABCD. Der Pyramide ist eine Stufenpyramide einbeschrieben, die aus Würfeln mit der Kantenlänge 1 besteht.



- a) Gib das Volumen der Stufenpyramide und die Höhe der Pyramide ABCDS an.  
 b) Berechne den prozentualen Anteil, den die Stufenpyramide in der Pyramide ABCDS ausfüllt.
5. Die Abbildung zeigt modellhaft einen Ausstellungspavillon, der die Form einer geraden vierseitigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche hat und auf einer horizontalen Fläche steht. Das Dreieck BCS beschreibt im Modell die südliche Außenwand des Pavillons. Im Koordinatensystem entspricht eine Längeneinheit 1m, d.h. die Grundfläche des Pavillons hat eine Seitenlänge von 12m.



- a) Bestimme das Volumen des Pavillons.

An einem Teil der südlichen Außenwand sind Solarmodule flächenbündig montiert. Die Solarmodule bedecken im Modell eine dreieckige Fläche, deren Eckpunkte die Spitze S sowie die Mittelpunkte der Kanten [SB] und [SC] sind.

- b) Ermittle den Inhalt der von den Solarmodulen bedeckten Fläche.  
 c) Die von Solarmodulen abgegebene elektrische Leistung hängt unter anderem von der Größe ihres Neigungswinkels gegen die Horizontale ab.

Die Tabelle gibt den Anteil der abgegebenen Leistung an der maximal möglichen Leistung in Abhängigkeit von der Größe des Neigungswinkels an. Schätzen Sie diesen Anteil für die Solarmodule des Pavillons – nach Berechnung des Neigungswinkels - unter Verwendung der Tabelle ab.

Neigungswinkel	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Anteil an der maximalen Leistung	87 %	93 %	97 %	100 %	100 %	98 %	94 %	88 %	80 %	69 %